

局部包络片控制误差简化三角网格模型

邹北骥¹, 申煜湘², 彭群生³

(1. 中南大学信息科学与工程学院, 湖南长沙 410083; 2. 中兴通讯股份有限公司, 广东深圳 518057;
3. 浙江大学计算机辅助设计与图形学重点实验室, 浙江杭州 310027)

摘要: 利用内外包络控制三角网格模型简化误差是一种可行的方法. 但构造整个模型的内外包络需要花费较多的时间, 且每次简化操作时也会进行大量重复的三角形相交检测, 使算法效率下降. 针对这些问题, 本文提出了局部包络片控制误差的思想, 即每次简化操作仅利用相关部分的包络来控制误差. 算法采用三角形收缩操作简化模型, 当原始模型上的一个三角形被选中, 并尝试进行收缩操作时, 先构造其对应的局部包络片; 在该三角形收缩后, 原来与之相邻的三角形将发生形变, 若这些形变后的三角形位于局部包络片之间, 则认为此次三角形收缩操作可以接受, 否则予以取消. 实验结果表明, 局部包络片保持了良好的误差控制效果, 且由于构造简单, 很少发生自交现象, 减少了三角形相交检测次数, 提高了计算效率.

关键词: 三角网格模型; 简化; 局部包络片; 误差控制

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 05-0798-06

Triangulated Surface Model Simplification Using Part Offset-Patches As Errors Tolerance

ZOU Bei ji¹, SHEN Yuxiang², PENG Qun sheng³

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410082, China;
2. ZTE Corp., Shenzhen, Guangdong 518057, China;
3. State Key Laboratory of CAD & CG of Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: Errors tolerance is a very important problem in simplifying triangulated surface model. An effective method to find tolerance errors is to use the whole inner and outer envelopes of a triangulated surface model. However, there will be many complicated operations to compute intersections between triangulations when constructing the whole inner and outer envelope of a triangulated surface model, which will lower the algorithm efficiency. We introduce a novel algorithm for simplifying triangulated surfaces model using the part offset patches as errors tolerance, which are constructed by offsetting a part of triangles on the surface and can also be regarded as a small part of the whole inner and outer envelopes. Because the part offset patches are much smaller than the whole inner and outer envelopes of a triangulated surface model, our algorithm is both simple and easy to implement. We also have developed a software system to test our algorithm. Experiment results show expense of our algorithm is much less than that in the algorithm using the whole inner and outer envelope of a triangulated surface model and it keeps higher similarity between simplified model and original one.

Key words: triangulated surface model; simplification; part offset patch; error control

1 引言

三维几何模型通常用三角形网格(Triangle Mesh)来表示, 简称三角网格模型. 对于一个复杂的三维几何模型而言, 其数据量是很大的. 可是在很多应用中, 由于并不需要很精细的模型, 用简单的近似模型就足以满足视觉要求, 于是可对三维几何模型进行压缩, 我们称之为三维几何模型简化.

简化三角网格模型主要包括两方面工作: 三角网格模型

中几何元素的消除与模型重建和三角网格模型简化过程中的误差控制. 目前, 国内外学者们已经提出了不少关于三角形网格模型简化的算法^[1], 如 Schroeder 的顶点删除法, 选取并删除掉网格模型上顶点, 再将删除后产生的空洞重新三角形化, 以保证模型表面的完整性^[2]; J Rossignac^[3]介绍了顶点聚类法, 将原始模型的立方体包围盒分成许多小格子, 落在同一格子中的所有顶点合并成一个点, 模型上顶点的数目将大大减少; Hoppe H. 提出累进网格概念, 采用边收缩操作, 把一条边

的两个端点合并成一个点^[4,5]; M Eck 则引入了小波理论, 用小波表示来重构原始模型^[6].

对三角网格模型中的几何元素(如: 点、线、面)所进行的删除、收缩、合并等操作会导致三角网格模型变形. 为使操作前后的三角网格模型的形状尽可能保持一致, 必须控制由几何图元操作带来的误差, 同时利用误差控制又能预先判断几何图元操作的可行性. 误差控制的方法目前主要有两种, 其一是 Michael Garland 和 Paul S. Heckbert 提出的二次误差矩阵(Quadric Error Metrics)控制方法^[7~9], 对每个可能进行操作的图元均设置一个二次误差矩阵, 计算每次操作的代价, 然后执行其中代价最小的操作. 目前二次误差矩阵方法已经成为三维几何模型简化领域中的主流算法, 国内在其基础上也有研究^[10~12]. 其二是 Cohen 提出的包络(Envelopes)控制误差法, 将原始三角网格模型的表面分别向内、向外移动, 构造出两层包络, 规定模型的简化操作必须在这两层包络所围成的三维空间中进行, 以此控制模型简化操作所产生的误差^[13]. 二次误差矩阵针对的对象是模型上的单独图元, 属于局部控制误差法, 而内外包络则从全局角度来控制误差, 较前者更直观.

研究总结了国内外相关研究成果后, 本文作者在 Cohen 内外两层包络的基础上, 曾提出将三角形收缩操作和单层包络控制误差相结合简化三角网格模型的算法^[6], 仅使用内包络来控制误差, 不再构造外包络, 减少了模型和外包络相交的检测过程, 提高了简化效率. 但这种算法的计算操作仍比较多, 简化效率不能满足要求, 因此, 本文进一步提出了局部包络片控制误差简化三角网格模型的思想. 文献[13, 16]的包络是一个完整的包络, 是在三角网格模型简化操作前由整个三角网格模型的表面收缩或扩张生成的; 而本文的局部包络片是在对某一图元实行简化操作时, 才由原始模型表面上相应的一些局部三角形面片移动而成, 这些三角形面片相邻, 共同组成一小块表面. 局部包络片是按需构造的, 结合了 Cohen 简化包络的概念和二次误差矩阵方法中有针对性的局部控制误差的思想.

我们的算法仍采用三角形收缩操作来简化三角网格模型, 由局部包络片来控制简化操作的误差. 我们设计了一个算法验证系统, 实现了三维网格模型的简化. 与文献[13, 16]的算法相比, 节省了很多不必要的三角形相交判断, 加快了整个模型的简化速度, 获得了良好的简化效果.

2 算法描述

记 TM 为三维几何形体表面经三角剖分后得到的所有三角形的集合, 它由顶点集合 $V(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 和三角形集合 $T(T_1, T_2, \dots, T_m)$ 组成, 本算法中分别用 TM_o 和 TM_a 表示原始三角网格模型和简化后的三角网格模型, 同时要求 TM_o 和 TM_a 是正则三维几何形体^[14].

在 TM 中, 又分别记 TV_i 、 TT_i 为与顶点 v_i 相关的三角形集合和与 T_i 相邻的三角形集合, 即: TV_i 是与 v_i 相连接的所有三角形, 如图 1 所示.

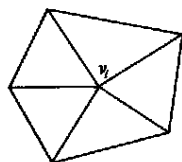


图 1 与顶点 v_i 相关的三角形集合 TV_i

而 TT_i 是与三角形 T_i 相邻的所有三角形, 如图 2 所示.

在构造局部包络片时, 需要移动原始三角网格模型表面上的一组相关的三角形面片, 移动方向是沿每一个顶点的法矢量方向或反方向, 为此需定义顶点的法矢量.

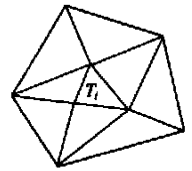


图 2 与三角形 T_i 相关的三角形集合 TT_i

在 TM 中, 顶点 v_i 的法矢量 n_{v_i} 为 TV_i 中所有三角形面片法矢量的加权平均值, 且以三角形的面积作为权因子^[15]. 设 TV_i 中有 j 个三角形, 其法矢量依次为 n_1, n_2, \dots, n_j , 面积依次为 s_1, s_2, \dots, s_j , 则:

$$n_{v_i} = \frac{\sum_{m=1}^j s_m n_m}{\sum_{m=1}^j s_m}$$

2.1 Cohen 包络

Cohen 首次提出包络概念^[13], 用来控制三维几何模型简化时的误差. Cohen 包络可看成是原始三角网格模型 TM_o . 整个表面的两层近似等距面, 这两层等距面将 TM_o 和 TM_a 夹在其中, 使他们尽可能相似.

Cohen 将 TM_o 上的每一个顶点 $v_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 沿各自的法矢量 n_{v_i} 的正方向及反方向分别移动 ϵ_i , 使得 v_i 偏移成 v_i^+ 和 v_i^- . 从全局角度看, 这种移动相当于将整个 TM_o 进行了收缩和扩张, 收缩和扩张后生成的结果分别是内包络和外包络. 但是, 如果按照上述方法将原始模型表面直接进行偏移, 则可能导致偏移后生成的包络和原始三角网格模型交叉, 甚至可能出现包络自交现象^[13]. 包络与三角网格模型交叉会影响模型简化的效果, 自交的包络则会导致模型简化时拓扑结构的破坏, 因此应该选择合适的偏移量, 以避免这些现象的产生. 由包络的生成方法可知, 内外两层包络的外形与 TM_o 几乎是一模一样的, 只是大小上有所不同.

Cohen 包络要求在原始三角网格模型简化操作前生成好, 如果每次简化操作都在内外两层包络之间进行, 不但 TM_o 位于这两层包络围成的空间中, 而且简化后的模型 TM_a 也位于这一空间中, 就称 TM_a 与 TM_o 是关于 ϵ 值近似的^[13], 其中 ϵ 是所有点偏移值 ϵ_i 中的最大值. ϵ 越小, TM_a 与 TM_o 就相似.

原始三角网格模型简化开始后, 每一次尝试简化操作时, 都需要判断操作后模型上那些发生了变形的三角形是否与包络上任意一个三角形相交. 如果不相交, 则说明本次操作是在内外两层包络之间进行的, 简化的结果可以接受; 如果相交, 则说明本次操作带来的误差太大, 本次简化操作必须撤销. 因此 Cohen 方法对每一个发生了变形的三角形都需要检测是否与包络相交, 这将多次遍历包络中的所有三角形. 而实际上, 当一次简化操作执行后, 通常只有与被实施了操作的几何图元相关的三角形发生形变, 简化操作所影响的区域并不大, 包络上大部分三角形在空间位置上都远离这一区域, 不会造成相交, 因而 Cohen 方法中有许多相交检测是无意义的, 这使得算法效率大大降低.

2.2 局部包络片

考虑每次尝试简化操作时, 只选择本次操作中与收缩三

角形相关的一小部分三角形沿各自的法矢量 $n_i, v_i (i=1, 2, \dots \text{and} \ll n)$ 的正方向和反方向分别移动 ε_i , 使得 v_i 偏移成 v_i^+ 和 v_i^- 而构造出两片对应的近似面片来控制本次简化的误差, 这样小的面片可视为 Cohen 包络上的一部分, 而且对于相应的简化操作是最重要的. 在大部分应用中, 仅仅利用这两片近似面来控制原始三角网格模型上对应区域的变化, 就足以满足误差要求了, 因此我们把这种由三角网格模型上小片区域移动而成的近似面称为局部包络片.

本算法采用三角形收缩来简化三角网格模型, 图 3 是三角形收缩的示意图. 将三角形面片 T_i 的三个顶点合并成一个新点 V_j , 同时, 那些与 T_i 三个顶点相连的线段也都相应地连到 V_j 上, 从而导致与 T_i 相邻的那些三角形 (即 TT_i) 发生变化, 其中一部分三角形退化成线段, 另一部分则只是发生变形.

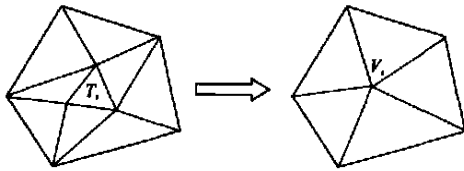


图 3 三角形 T_i 收缩成一点 V_j , 相连的三角形也随之变化

注意到图 3 的左右两图中, 图形的外围轮廓线没有发生变化, 仅仅是轮廓线内部的三角形组成发生了变动. 因此, 三角形 T_i 的收缩操作影响到的区域就是这一轮廓线的内部区域, 实际上就是与三角形 T_i 相关的三角形集合 TT_i , 其相应的局部包络片就是通过移动 TT_i 得到的.

2.3 局部包络片的生成

构造局部包络片的方法类似于 Cohen 包络中的数值计算方法. 如图 4 所示, 设要进行收缩尝试的三角形是 T_i , 其 TT_i 中共有 12 个三角形 (不包括 T_i) 以及 12 个顶点. 依次将这 12 个顶点 $v_j (j=1, 2, \dots, 12)$ 沿着各自法矢量 n_i 的正方向 n_j^+ 及其反方向 n_j^- 分别偏移 ε_j , 这样就生成了三角形 T_i 对应的内外两张局部包络片.

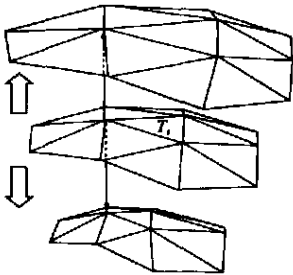


图 4 分解式包络片示意图

对于局部包络片来说, 如果两个相邻面之间的夹角很小, 则有可能使得偏移后生成的面片与 TM_0 相交或出现自交现象. 虽然一般的三角网格模型表面曲率变化不大, 很少存在尖锐角, 但也应当避免这样的相交或自交现象发生.

具体做法: 首先由用户指定一个初始偏移值 ε_0 , 由于一个有效的偏移值直接与模型的大小相关, 因此 ε_0 通常取 TM_0 长方体包围盒对角线长度的一个百分比^[13]. 然后每偏移一个点就判断构成的局部包络片是否与 TM_0 相交或自交, 并不断修改偏移值的大小, 直到找到一个合适的偏移值 ε , 而每一点的偏移量可能都是不一样大小的.

在 ε 的确定方法上, 本算法对 Cohen 的数值计算方法进行

了改进. 首先 TM_0 表面上的一点 v_i 在沿着其法矢量方向移动时, 允许的偏移距离可设为 $[0, \varepsilon_0]$. 显然在这一区间中必定存在一个临界值, 若移动的距离小于它, 则生成的局部包络片不会与 TM_0 相交或自交; 若移动的距离大于它, 则生成的局部包络片会与 TM_0 相交或自交. 因此它是一个一维搜索问题^[15] (又称直线搜索、线性搜索), 其搜索区间即为 $[0, \varepsilon_0]$. Cohen 的数值计算方法采用小步长的多次移动, 逐步扩大移动值, 直至找到合适的移动值; 本算法则采用了最优化理论中解决一维搜索问题的方法, 由于判断两个空间三角形是否相交的检测十分繁琐, 计算量大, 因而选取了最容易实现的二分法. 二分法具有线性收敛速度, 较 Cohen 的逐步偏移法能更快求得最终有效的移动值; 并且求得的移动值逼近最大有效移动值.

2.4 模型简化

本算法采用三角形收缩操作简化三角网格模型, 进行一次这样的三角形收缩操作后, 整个模型上三维点的数目将减少两个, 三角形的数目则一次性减少四个, 图 3 表示了九个三角形减少到五个. 将三角形 T_i 收缩成新点 V_j , 本文直接将三角形 T_i 的重心作为 V_j 的坐标位置, 这种方法简单、速度快. 每当选择了一个三角形尝试收缩操作时, 首先构造这个三角形的局部包络片, 然后判断本次收缩操作后, TT_i 中那些发生了变形的相邻三角形面片是否与局部包络片相交, 如果相交, 则说明这个三角形收缩产生的误差太大, 超过了允许的范围, 本次收缩操作取消, 恢复到收缩前的状态; 如果没有相交, 说明本次收缩操作是在局部包络片之间进行的, 误差在允许范围内, 接受本次收缩操作. 由此可见, 通过局部包络片不但控制了简化的误差, 而且大大减少了三角形的相交判断, 提高了算法效率.

2.5 算法分析与比较

假设原始三角网格模型共有 n 个顶点, m 个三角形, 与每个顶点相邻的三角形环中平均有 k 个三角形, 构造包络时使用二分法寻找最佳偏移量的尝试次数约为 2 次. 表 1 分别列出了 Cohen 双层包络、文献[16]的单层包络和本算法 (局部包络片法) 简化三角网格模型时, 需要进行的三角形检测次数.

表 1 Cohen 双层包络、单层包络和局部包络片算法复杂度比较

方法	构造包络/局部包络片时 三角形相交检测次数	简化三角网格模型时 三角形相交检测次数
Cohen 双层包络法	$k \times (m + m) \times 2 \times n \times 2$	$(k - 4) \times (m + m + m) \times n$
单层包络法	$k \times (m + m) \times 2 \times n$	$(k - 4) \times (m + m) \times n$
局部包络片法	$k \times (m + k) \times 2 \times n \times 2$	$(k - 4) \times (k + k + m) \times n$

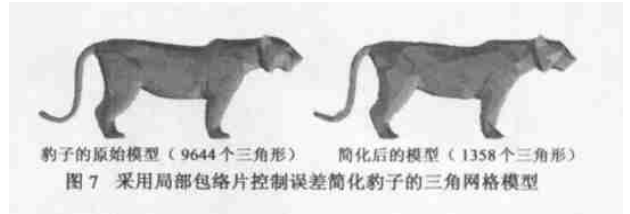
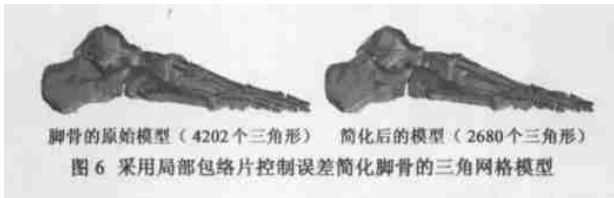
一般情况下, n 和 m 都远大于 k (n 和 m 都是成千上万, 甚至十万百万, 而 k 则为个位数, 顶多一二十). 比较表 1 中列出的计算式, 可以看出局部包络片法相对整体包络而言, 将减少大量的三角形相交检测计算, 尤其是三角网格模型越复杂, 相对减少的相交检测次数就越多, 局部包络片法的整体简化效率也就相对越高.

3 实验结果

以局部包络算法为基础, 我们设计了一个算法验证系统. 该系统在 IBM2259 B6C(P4 1.5G/512M/Win98) 上用 C 语言编程实现, 采用了 OpenGL 图形标准进行绘制. 我们选择了五种动物的三角网格模型进行实验, 并取 ϵ 值为原始三角网格模型最小邻接长方体包围盒对角线长的 1%, 获得的数据如表 2 所示. 其中图 5~ 图 9 分别是本系统绘制的原始三角网格模型和简化后的模型.

表 2 采用局部包络片简化三角网格模型获得的数据

三角网格模型名称	原始三角形面片数目	简化后的面片数目	简化率	简化时间
牛	5804	1748	69.8828%	39640ms
脚骨	4204	2680	36.2512%	22264ms
豹子	9644	1358	85.9187%	50341ms
狼	13992	2270	83.7764%	94612ms
兔子	69451	2281	96.7157%	447677ms



观察图 5 中牛模型的变化, 可以发现虽然模型表面的三角形数目减少了很多, 但表面曲率变化较大的牛耳、牛尾以及四条腿等处依旧得以保存. 可见, 局部包络片保留了简化包络的优点, 在控制误差时能较好地保持模型的尖锐特征. 这一点通过比较图 5 和图 6 的简化效果也能得知, 脚骨模型表面的曲率变化较大, 尖锐特征较多, 因此其简化率较模型主体平坦的牛模型的简化率降低了近 30%. 对于兔子模型, 其原始模

表 3 整体包络与局部包络片法简化三角网格模型的比较

三角网格模型名称	原始模型三角形数	ϵ 值	简化后模型的三角形数目			简化率 (%)			简化时间 (s)		
			局部包络法	单层包络	Cohen 包络法	局部包络法	单层包络	Cohen 包络法	局部包络法	单层包络	Cohen 包络法
牛	5804	1%	1748	2138	4320	69.8828	63.1633	25.5686	39.64	40	125.0
		2%	1212	2064	4064	79.1179	64.4383	29.9793	37.88	37.87	140.5
		3%	964	2388	3880	83.3908	58.856	33.1496	32.62	34.2	147.7
脚骨	4204	1%	2680	3114	4080	36.2512	25.9277	2.94957	22.26	19	52.5
		2%	2126	2888	3988	49.4291	31.3035	5.13796	24.47	21.2	64.2
		3%	1680	2812	3956	55.7564	33.1113	5.89914	23.88	20.3	71.0

型的三角形数目有 69451 个, 而其简化率达到了 96.7%, 但仍然能看出兔子的外形特征.

为了与整体包络比较, 我们还编程实现了 Cohen 算法, 并分别用牛和脚骨模型做比较对象, 同时分别取 $\epsilon = 1%$, $\epsilon = 2%$ 和 $\epsilon = 3%$, 获得的实验数据如表 3 所示, 获得的结果分别绘制于图 10 和图 11.

4 结论

在 Cohen 简化包络的基础上, 本文提出了局部包络片控制误差实现三角网格模型简化的算法, 并给予了实现. 与 Cohen 方法相比较, 局部包络控制误差法有明显的优势: 一是大幅度地降低了运算时间, 由于 Cohen 法需要计算整个三角网

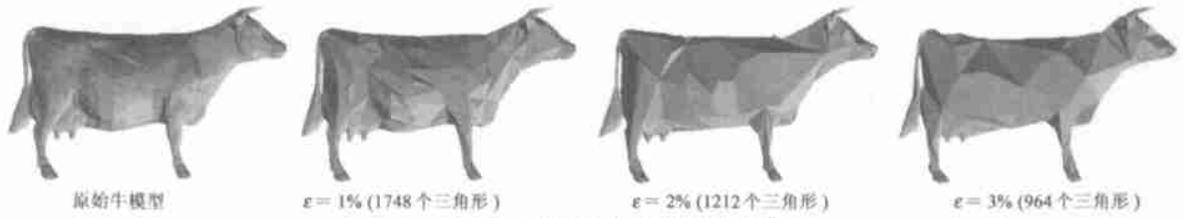


图 10-1 局部包络法生成的简化模型

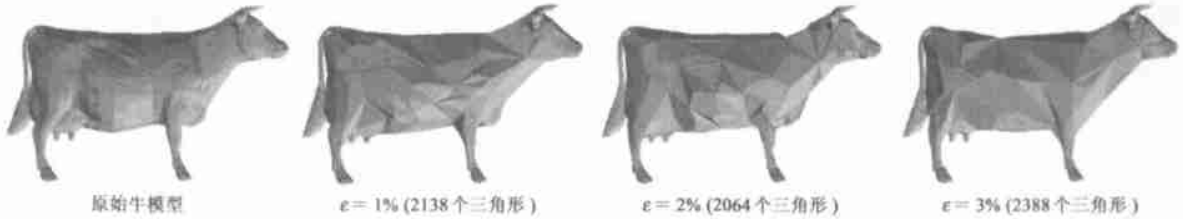


图 10-2 单层包络法生成的简化模型

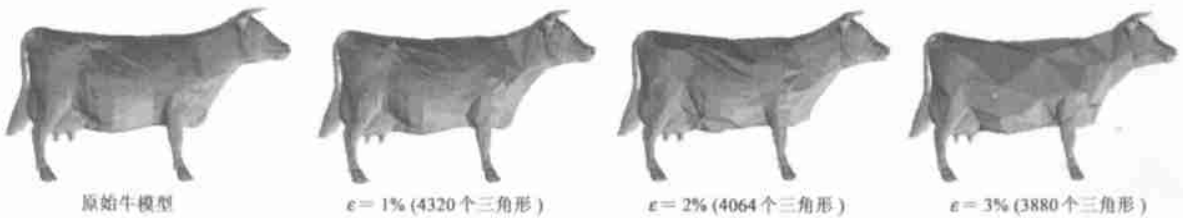


图 10-3 Cohen 包络法生成的简化模型



图 11-1 局部包络法生成的简化模型



图 11-2 单层包络法生成的简化模型

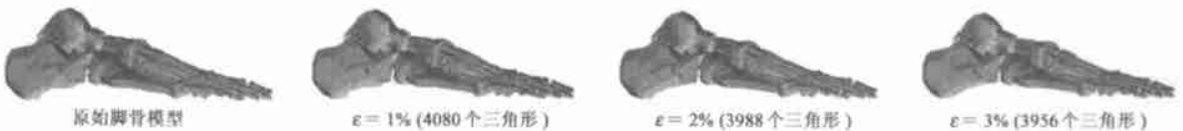


图 11-3 Cohen 包络法生成的简化模型

格模型的包络,并需要进行大量的三角形相交检测,而局部包络法仅仅计算局部一小片包络,所消耗时间与Cohen法相比几乎可忽略不计,从表3的实验数据可以看到,Cohen方法所用的运行时间平均是局部包络法的3.22倍.因此,局部包络法明显提高了效率.二是局部包络法的三角形简化率也明显高于Cohen法,利用表3的简化率可估算出在相同的 ϵ 取值下,局部包络法的简化率是Cohen法的6.54倍.

参考文献:

- [1] 阎丽霞,潘志庚,石教英.三维几何数据压缩研究进展[J].计算机研究与发展,1999,36(8):915-922.
- [2] W J Schroeder, J A Zarge, W E Lorensen. Decimation of triangle meshes[J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 65-70.
- [3] J Rossignac, P Borrel. Multiresolution 3D approximations for rendering complex scenes[J]. Geometric Modeling in Computer Graphics, 1993: 455-465.
- [4] Hoppe H. Progressive meshes[A]. Computer Graphics Proceedings, Arr

- nal Conference Series (Siggraph' 96) [C]. New York, 1996. 99- 108.
- [5] Jovan Popovic, Hugues Hoppe. Progressive Simplicial Complexes[DB/OL]. ftp://ftp.cs.cmu.edu/~jovan, 1996.
- [6] M Eck, T DeRose, T Duchamp, M Lounsberry, W Stuetzle. Multiresolution Analysis of Arbitrary Meshes[DB/OL]. ftp://ftp.cs.washington.edu, 1995.
- [7] Michael Garland, Paul S Heckbert. Surface simplification using quadric error metrics[A]. Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (Siggraph' 96) [C]. New York, 1997. 209- 216.
- [8] Paul S Heckbert, Michael Garland. Optimal Triangulation and Quadric Based Surface Simplification[DB/OL]. http://www.cs.cmu.edu/~garland/quadrics, 1999.
- [9] Michael Garland. Quadric Based Polygonal Surface Simplification[DB/OL]. http://www.adm.cs.cmu.edu/~garland/quadrics, 1999.
- [10] 刘新国, 鲍虎军, 王平安, 彭群生. 体积保持的多分辨率多边形网格的光顺造型[J]. 计算机学报, 2000, 23(9): 905- 910.
- [11] 马小虎, 潘志庚, 石教英. 基于三角形移去准则的多面体模型简化方法[J]. 计算机学报, 1998, 21(6): 492- 498.
- [12] 周昆, 潘志庚, 石教英. 基于三角形折叠的网格简化算法[J]. 计算机学报, 1998, 21(6): 506- 513.
- [13] Jonathan Cohen, Amitabh Varshney, Dinesh Manocha, Greg Turk, Hans Weber, Pankaj Agarwal, Frederick Brooks, William Wright. Simplification envelopes[A]. Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series (Siggraph' 96) [C]. New York, 1996. 119- 128.
- [14] 孙家广, 杨长贵. 计算机图形学(新版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995. 371- 372.
- [15] 朱心雄, 等. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 228- 229.
- [16] 申煜湘, 邹北骥, 等. 一种基于单层包络控制的三角形网格简化算法[J]. 电子学报, 2002, 30(12A): 2004- 2007.
SHEN Yu xiang, ZOU Bei ji, et al. A triangle mesh simplification algorithm based on solo envelope controlled[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 2002, 30(12A): 2004- 2007.

作者简介:



邹北骥 男, 1961 年出生, 江西南昌人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域: 计算机图形学与 CAD 技术, 数字图像处理等. E-mail: bjzou@vip.163.com.

申煜湘 女, 1976 年出生, 湖南长沙人, 硕士, 工程师, 主要研究领域: 计算机图形学与图像处理.

彭群生 男, 1947 年出生, 湖南新化人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域: 虚拟现实, 可视化, 几何造型等.